

资源约束下实例在 workflow 中停留时间分析方法

刘胜^{1,2}, 范玉顺³

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁沈阳 110016; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100039; 3. 清华大学自动化系 北京, 100084)

摘要: 为了反映业务请求者对业务处理的完成时间要求的满意程度, 以 workflow 模型描述业务处理过程, 然后分三步求出实例在 workflow 模型的停留时间分布函数: 第一步求出实例在每一活动的停留时间分布函数; 第二步求出实例在每一基本结构的停留时间分布函数; 第三步求出实例在整个模型的停留时间分布函数。再根据客户对停留时间的容忍限度, 得出客户对业务处理过程的满意度。

关键词: 工作流; 停留时间; 分布; 资源约束

中图分类号: TP311 **文献标识码:** A

Method for Analyzing Staying-Time of Instances in Workflow Models With Resources Constraints

LIU Sheng^{1,2}, FAN Yu-shun³

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2. Graduate School of Chinese Academy of Sciences, 100039; 3. Dept. of Automation, Tsinghua Univ., Beijing 100084, China)

Abstract: In order to get how the proportion of customers are satisfied with the business processing time, we model a business processes with a workflow model, then get the instances' staying-time distribution at the workflow by three steps: firstly we work out the distribution function at each activity; Secondly we work out the distribution function at each basic structure; thirdly we work out the distribution function at the whole workflow model. Finally according to the given instances staying-time limit, we can know the proportion of customers that are satisfied.

Key words: workflow; staying-time; distribution; resources constraints

1. 引言

工作流模型包含所定义的业务处理过程中活动的信息、活动间的逻辑关系、资源的数量以及活动对资源的引用关系、相关时间的约束等, 建立性能良好的工作流模型是成功实施工作流管理的关键。由于工作流模型的复杂性, 对工作流模型的性能分析很难包括其描述的所有方面, 本文讨论的性能分析主要针对资源数量有限, 实例到达间隔和资源服务时间服从特定分布情况下, 特定工作流模型中实例的停留时间分布情况。大量的文献讨论了工作流模型的性能分析问题[1~5], 文献[5]近似分析和仿真了实例在工作流模型中的停留时间与资源数量的关系, 文献[12]给出了实例在整个工作流模型的执行时间的与工作流过程视图的关系。文献[13]讨论了带有资源分配约束的工作流调度的体系结构, 缺乏对资源约束下实例停留时间的严格数学分析。实例在工作流模型中的停留时间

是工作流模型优化的重要参数, 停留时间指的是实例从进入工作流模型排队等待服务到服务结束离开工作流模型之间的时间间隔, 包括服务时间和等待时间, 是实例在工作流系统中所耗费的真实时间, 当工作流模型中同时执行多个实例时, 实例在工作流模型中各个活动都需要排队等待服务, 这一点与制造系统类似, 制造系统中, 在工件批量加工的过程中, 每一工件都需要经过若干道工序才能完成。其加工的流程模型相当于一个以工序为活动, 以加工设备为引用资源, 以工件加工为实例的工作流模型。文献[15]讨论了在设备数量(即资源)存在约束的情况下讨论了工件到达间隔和在每道工序加工时间为确定值情况下的工件总加工时间问题, 很多情况下, 实际的工作流系统中实例到达间隔和资源的服务时间是一个变值, 例如网上订购流程、银行的客户服务流程等, 实例的停留时间将不再是一个确定值, 而是与实例的到达间

隔, 资源服务时间, workflow模型结构相关的量。有鉴于此, 本文将在 workflow模型结构确定, 实例到达间隔和资源服务时间服从特定分布(大多数情况下为负指数分布)的情况下, 分析实例在整个 workflow模型的停

2. 停留时间与资源数量、到达间隔、服务时间关系模型

对于大多数的业务过程来说, 业务实例的到达一般是一个泊松过程, 本论文也只在业务实例的到达是泊松过程的前提下进行分析。当业务实例的到达是泊松分布时, 对于 workflow模型来说, 实例到达的时间间隔将服从负指数分布[14], 对于 workflow模型中的每一活动来说, 我们同样可以认为实例的到达是一个泊松过程, 因为文献[14]中定义了泊松过程的三个充分条件: (1) 在不相重叠的时间区间内顾客到达数是相互独立的。(2) 对于充分小的 Δt , 在时间区间 $[t, t + \Delta t)$ 内有 1 个顾客到达的概率与 t 无关, 而与区间长度成正比。(3) 对于充分小的 Δt , 在时间区间 $[t, t + \Delta t)$ 内有 2 个或 2 个以上顾客到达的概率极小, 以至可以忽略。对于 workflow中的每一活动, 它的实例到达间隔取决于前一活动或结构对实例的服务时间, 不难证明其满足泊松分布的三个条件, 所以连续 workflow中, 每一活动处的实例到达都可近似认为是泊松过程。

多数情况下, 资源对实例的服务时间服从负指数分布, 限于篇幅, 本文也只讨论服务时间服从负指数分布的情况。每个资源相当于一个服务台, 设活动 n 的服务台数量为 j_n , 由于 j_n 是一个有限值, 因此系统不能保证每一个到达的实例都能立刻得到资源的服务, 我们将这种情况定义为资源约束或者能力约束, 由于存在这种约束, 每个服务台前会排成一列队伍, 先到的实例先接受服务, 为了保证实例队列不会无限延长, 服务速度应大于到达速度。设活动 n 实例到达间隔服从参数为 λ_n 的负指数分布, 服务台服务时间服从参数为 μ_n 的负指数分布, 设实例到达活动

留时间的分布, 进而得出有多大比例的实例可在客户要求时限内完成。我们称这一比例为时限下的客户满意度。接下来将就如何求解停留时间的分布和客户满意度展开详细讨论。

n 时, 活动 n 中已有 m 个实例, 当 $m < j_n$ 时, 实例不需要等待, 当 $m \geq j_n$ 时, 实例选择最短的队列进行等待, 最短队列长度 $l_{\min} = \text{Round}(m / j_n)$, 以 P_m 表示活动 n 中已有 m 个实例的概率, 以 $P_{\min(l)}$ 表示资源 j 最短队长为 l_{\min} 的概率(该值可以查表得到), 以 $f_{r_n}(t | l_{\min} + 1)$ 表示活动 n 服务系统中最小队长为 $l_{\min} + 1$ 的服务台前末尾实例的停留时间概率密度函数, 末尾实例在该服务台前停留时间服从 $l_{\min} + 1$ 阶爱尔朗分布, 可以得到:

$$f_{s_n}(t) = \mu_n e^{-\mu_n t} \quad (1)$$

$$P_{0_i} = \left[\sum_{n=0}^{c_i} (\lambda_i / \mu_i)^n / n! + \frac{(\lambda_i)^{c_i+1}}{(c_i)! * (\mu_i)^{c_i} (c_i * \mu_i - \lambda_i)} \right]^{-1} \quad (2)$$

$$P_m = \begin{cases} P_0 / m! * (\lambda_n / \mu_n)^m & (m \leq j_n) \\ P_0 / (j_n! * j_n^{m-j_n}) * (\lambda_n / \mu_n)^m & (m > j_n) \end{cases}$$

$$P_{\min(l)} = \sum_{m=j_n * l}^{j_n * l + j_n - 1} P_m \quad (3)$$

当 $l_{\min} \geq 1$ 时, 实例等待时间概率分布密度 $f_{w_n}(t)$:

$$\text{令 } A_n = \frac{P_0 \left((\mu_n * j_n)^{j_n} - (\lambda_n)^{j_n} \right)}{(j_n - 1)! * (\mu_n)^{j_n - 2} (\mu_n * j_n - \lambda_n)};$$

$$\text{令 } B_n = (\lambda_n / (\mu_n * j_n))^{j_n}, \text{ 可得:}$$

$$\begin{aligned}
fW_n(t) &= \sum_{l_{\min}=0}^{\infty} P_{\min}(t) f r_n(t | l_{\min}) \\
&= \sum_{l_{\min}=1}^{\infty} \left(\left(\sum_{m=j_n^* l_{\min}}^{j_n^* l_{\min} + j_n - 1} P_m \right) * \frac{\mu_n (\mu_n t)^{(l_{\min}-1)} e^{-\mu_n t}}{(l_{\min}-1)!} \right) \\
&= \sum_{l_{\min}=1}^{\infty} \left(\frac{P_0 \left((\mu_n * j_n)^{j_n} - (\lambda_n)^{j_n} \right)}{(j_n-1)! (\mu_n)^{j_n-2} (\mu_n * j_n - \lambda_n)} * \left(\left(\frac{\lambda_n}{\mu_n * j_n} \right)^{j_n} \right)^{l_{\min}} * \frac{(\mu_n t)^{l_{\min}-1}}{(l_{\min}-1)!} * e^{-\mu_n t} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
fW_n(t) &= \sum_{l_{\min}=1}^{\infty} \left(A_n * B_n^{l_{\min}} * e^{-\mu_n t} * (\mu_n t)^{l_{\min}-1} / (l_{\min}-1)! \right) \\
&= A_n B_n e^{(B_n-1)\mu_n t} \quad (4)
\end{aligned}$$

实例在活动 n 停留时间等于等待时间与服务时间之和，当实例到达活动 n 时，存在两种情况，一种情况 $l_{\min} = 0$ ，不需要等待；另一种情况 $l_{\min} \geq 1$ ，需要等待，所以：

$$\begin{aligned}
&\int_0^x f r_n(t) dt \\
&= \int_0^x fW_n(t) \int_0^{x-t} f s_n(w) dw dt + P_{\min(0)} \int_0^x f s_n(t) dt \\
&= \int_0^x fW_n(t) \int_0^{x-t} \mu_n e^{-\mu_n w} dw dt + \sum_{m=0}^{j_n-1} P_m * \int_0^x \mu_n e^{-\mu_n t} dt \\
&= \int_0^x fW_n(t) (1 - e^{-\mu_n(x-t)}) dt + \sum_{m=0}^{j_n-1} P_m * \int_0^x \mu_n e^{-\mu_n t} dt
\end{aligned}$$

上式两边对 x 求导后变换得：

$$\begin{aligned}
f r_n(x) &= \mu_n e^{-\mu_n x} \int_0^x fW_n(t) e^{\mu_n t} dt + \sum_{m=0}^{j_n-1} P_m * \mu_n e^{-\mu_n x} \\
&= \mu_n e^{-\mu_n x} \int_0^x A_n B_n e^{B_n \mu_n t} dt + \sum_{m=0}^{j_n-1} P_m * \mu_n e^{-\mu_n x} \\
&= A_n e^{-\mu_n x} (e^{B_n \mu_n x} - 1) + \sum_{m=0}^{j_n-1} P_m * \mu_n e^{-\mu_n x} \\
&= A_n e^{(B_n-1)\mu_n x} + \left(\mu_n \sum_{m=0}^{j_n-1} P_m - A_n \right) * e^{-\mu_n x} \quad (5)
\end{aligned}$$

当活动 n 的服务台数量为 1 时，可得：

$$\begin{aligned}
f r_n(x) &= (\mu_n - \lambda_n) e^{(\lambda_n - \mu_n)x} \\
&+ \left(\mu_n * \frac{\mu_n - \lambda_n}{\mu_n} - (\mu_n - \lambda_n) \right) * e^{-\mu_n x} \\
&= (\mu_n - \lambda_n) e^{(\lambda_n - \mu_n)x} \quad (6)
\end{aligned}$$

3. 停留时间与 workflow 模型结构关系模型

3.1 单一活动停留时间与基本结构停留时间关系模型

文献 13 给出了组成 workflow 模型的六种基本结构，其中多选结构和条件结构通过变化可以转化为有另外四种基本结构组成的复合结构，如图 1 所示。

我们可将由六种基本结构组合而成的 workflow 模型按照图 1 的方法等价转化为由四种基本结构组合而成的 workflow 模型在进行分析，图 2 为一个带有四种基本 workflow 模型。图中的矩形框代表实例要经过的抽象化的服务台，而用标注符号给出了活动和子结构组合而成的基本结构。

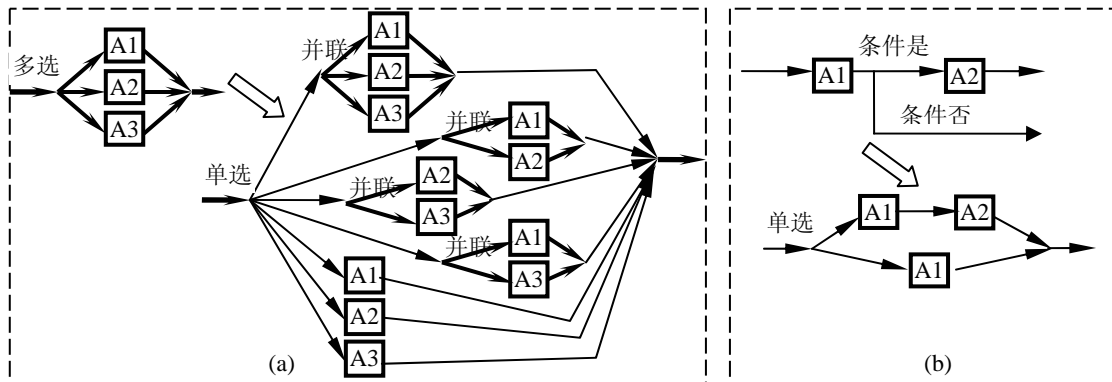


图 1 多选和条件结构等价转化图

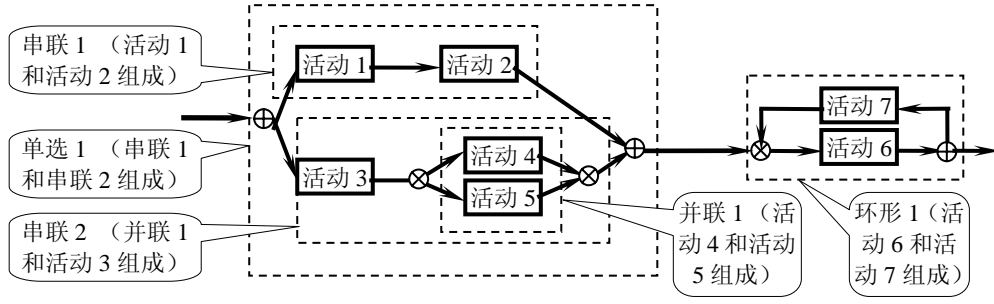


图2 workflow模型组合分解图

分别以 Ts_n 、 Tr_n 、 Tw_n 表示实例在活动 n 的服务时间、停留时间和等待时间；以 $fs_n(t)$ 、 $fr_n(t)$ 、 $fw_n(t)$ 表示实例在活动 n 的服务时间、停留时间和等待时间概率密度函数；以 $E(Ts_n)$ 、 $E(Tr_n)$ 、 $E(Tw_n)$ 表示实例在活动 n 的平均服务时间、平均停留时间和平均等待时间，由于本论文讨论的工作流模型可有四种基本结构组合而成，下面分别讨论四种基本结构中实例的服务时间、停留时间和等待时间的关系。

分别以 $fr_{n_1 n_2 \dots n_m}(x)$ 、 $Tr_{n_1 n_2 \dots n_m}$ 、 $E(Tr_{n_1 n_2 \dots n_m})$ 表示实例在相应结构的停留时间分布密度函数、停留时间和平均停留时间，设实例在各活动停留时间互不相关，容易得到：

$$E(Tr_{n_1 n_2 \dots n_m}) = \int_0^{\infty} x * fr_{n_1 n_2 \dots n_m}(x) dx \quad (7)$$

3.1.1 并联结构

图2中活动4、5构成并联结构，实例同时进入各个活动，当实例在活动4、5都执行完毕后，下一个实例才能进入并联结构。实例在并联结构中的停留时间等于在各支路的停留时间的最大值，对于活动4、5，可以得到：

$$\int_0^x t * fr_{45}(t) dt = \int_0^x u * fr_4(u) \int_0^u fr_5(v) dv du + \int_0^x u * fr_5(u) \int_0^u fr_4(v) dv du \quad (8)$$

公式8两边对上限 x 求导得：

$$fr_{45}(x) = fr_4(x) \int_0^x fr_5(v) dv + fr_5(x) \int_0^x fr_4(v) dv \quad (9)$$

公式9可以推广到支路数量为 n 时的情况，当支

路数量为 n 时，可得：

$$fr_{n_1 n_2 \dots n_m}(x) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{fr_i(x)}{\int_0^x fr_i(t) dt} \prod_{k=1}^n \int_0^x fr_k(t) dt \right) \quad (10)$$

当各活动服务台数量均为1时，活动 n 服务时间和到达间隔分别服从参数为 μ_n 与 λ_n 的负指数分布时，由公式6和公式10可得：

$$\begin{aligned} fr_{n_1 n_2 \dots n_m}(x) &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{(\mu_i - \lambda_i) e^{(\lambda_i - \mu_i)x}}{\int_0^x (\mu_i - \lambda_i) e^{(\lambda_i - \mu_i)t} dt} * \prod_{k=1}^n \int_0^x (\mu_k - \lambda_k) e^{(\lambda_k - \mu_k)t} dt \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{(\mu_i - \lambda_i) e^{(\lambda_i - \mu_i)x}}{1 - e^{(\lambda_i - \mu_i)x}} \prod_{k=1}^n (1 - e^{(\lambda_k - \mu_k)x}) \right) \end{aligned} \quad (11)$$

3.1.2 串联结构

图2中活动1和2、活动3和并联结构1构成串联结构，串联结构中，实例依次进入各个活动。实例在串联结构中的停留时间等于在各支路的停留时间之和，当串联结构活动数量为 n 时，以 $f(u_1, u_2, \dots, u_n)$ 表示活动1、活动2、...、活动 n 停留时间联合概率密度函数，可以得到：

$$\begin{aligned} E(Tr_{12 \dots n}) &= E\left(\sum_{i=1}^n Tr_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^n E(Tr_i) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} t * fr_i(t) dt \end{aligned} \quad (12)$$

$$\int_0^x t * fr_{12...n}(t) dt = \int_{\sum_{i=1}^n u_i \leq x} \int \dots \int \sum_{i=1}^n u_i f(u_1, u_2, \dots, u_n) du_1 du_2 \dots du_n$$

$$= \int_0^x \int_0^{x-u_1} \dots \int_0^{x-u_1-\dots-u_{n-1}} \sum_{i=1}^n u_i * \prod_{i=1}^n fr_i(u_i) du_1 \dots du_n \quad (13)$$

$$\int_0^x fr_{12...n}(t) dt = \int_{\sum_{i=1}^n u_i \leq x} \int \dots \int f(u_1, u_2, \dots, u_n) du_1 du_2 \dots du_n$$

$$= \int_0^x \int_0^{x-u_1} \dots \int_0^{x-u_1-\dots-u_{n-1}} \prod_{i=1}^n fr_i(u_i) du_1 du_2 \dots du_n \quad (14)$$

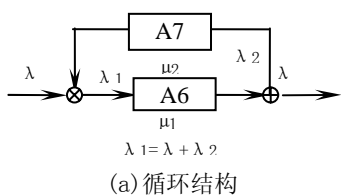
当各活动服务台数量均为 1 时，活动 n 服务时间和到达间隔分别服从参数为 μ_n 与 λ_n 的负指数分布时，由公式 6、公式 12 和公式 14 可得：

$$\int_0^x fr_{12...n}(t) dt = \int_0^x \int_0^{x-u_1} \dots \int_0^{x-u_1-\dots-u_{n-1}} \prod_{i=1}^n (\mu_i - \lambda_i) e^{(\lambda_i - \mu_i) u_i} du_1 du_2 \dots du_n \quad (15)$$

$$E(Tr_{12...n}) = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} t * (\mu_i - \lambda_i) e^{(\lambda_i - \mu_i) t} dt = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu_i - \lambda_i} \quad (16)$$

3.1.3 单选结构

图 2 中串联 1 和串联 2 构成单选结构，实例以不同的概率排它地进入一个活动。 P_i 表示实例进入活动 i 的概率， $P_i = \lambda_i / \lambda$ 一个实例在选择结构中的停留时间等于在各活动停留时间的概率和，设选择结构中含有 n 个活动，可以得到：



$$E(Tr_{12...n}) = \sum_{i=1}^n P_i E(Tr_i) = \sum_{i=1}^n P_i \int_0^{\infty} t * fr_i(t) dt \quad (17)$$

$$\int_0^x fr_{12...n}(t) dt = \sum_{i=1}^n P_i \int_0^x fr_i(t) dt$$

所以： $fr_{12...n}(t) = \sum_{i=1}^n P_i fr_i(t)$ (18)

当各活动服务台数量均为 1 时，活动 n 服务时间和到达间隔分别服从参数为 μ_n 与 λ_n 的负指数分布时，由公式 17 和公式 18 可得：

$$E(Tr_{12...n}) = \sum_{i=1}^n P_i \int_0^{\infty} t * (\mu_i - \lambda_i) e^{(\lambda_i - \mu_i) t} dt = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{\mu_i - \lambda_i} \quad (19)$$

$$fr_{12...n}(t) = \sum_{i=1}^n P_i fr_i(t) = \sum_{i=1}^n P_i (\mu_i - \lambda_i) e^{(\lambda_i - \mu_i) t} \quad (20)$$

3.1.4 循环结构

图 3 中活动 6 和活动 7 构成环形结构，实例在活动 6 执行后以一定概率经活动 7 返回重新执行，以 P_1 、 P_2 分别表示实例继续执行和折返执行的概率，环形结构等价于图 3(b) 所示的选择结构。可以得到实例折返次数为 n 的概率 $P_n = (P_2)^n (P_1)$ ，其中 $P_2 = 1 - P_1$ ，结合图 2(a) 可得：

$$(\lambda_2 + \lambda) * P_1 = \lambda \quad \lambda_1 = \lambda + \lambda_2$$

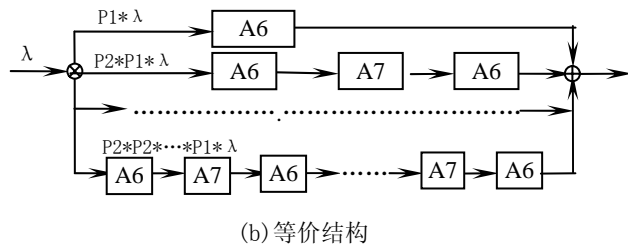


图 3 循环结构等价结构

一个实例在环形结构中的停留时间等于实例在 环形结构中执行所有圈数的停留时间的概率和，为了

简化求解, 假设实例在环路中最多绕行 2 圈 (实际 workflow 运行中 2 圈以上的几率已经很小), 分别以 $f_0(t)$ 、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 表示 0 圈、1 圈、2 圈时的停留时间概率密度函数, 可以得到:

$$E(Tr_{67}) = \sum_{i=0}^{\infty} P1 * (P2)^i \left(\int_0^{\infty} t * fr_6(t) dt + i * \left(\int_0^{\infty} t * fr_6(t) dt + \int_0^{\infty} t * fr_7(t) dt \right) \right) \quad (21)$$

$$\int_0^x fr_{67}(t) dt = P1 * \int_0^x f_0(t) dt + P2 * P1 * \int_0^x f_1(t) dt + (P2)^2 * P1 * \int_0^x f_2(t) dt$$

所以: $fr(t) = P1 * f_0(t) + P2 * P1 * f_1(t) + (1 - P1 - P1 * P2) * f_2(t)$ (22)

其中:

$$fr_1(t) = f_0(t)$$

$$\int_0^x f_1(t) dt = \int_0^x \int_0^{x-u} \int_0^{x-u-v} fr_6(w) fr_7(v) fr_6(u) dw dv du$$

$$\int_0^x f_2(t) dt = \int_0^x \int_0^{x-u} \int_0^{x-u-v} \int_0^{x-u-v-w} \int_0^{x-u-v-w-y} fr_6(w) fr_7(v) fr_6(u) dz dy dw$$

当各活动服务台数量均为 1 时, 活动 n 服务时间和到达间隔分别服从参数为 μ_n 与 λ_n 的负指数分布, 由公式 6、公式 21 和公式 22 可得:

$$E(Tr_{67}) = \sum_{i=0}^{\infty} P1 * (P2)^i * \left(\frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} + i * \left(\frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} + \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} \right) \right) \quad (23)$$

3.2 停留时间与 workflow 模型结构关系模型

当一个 workflow 模型的实例到达和离去的过程处于一种平稳状态时, 模型中每一活动处的实例到达离去的过程也必将是一个平稳过程, 即到达速度等于离去速度。在模型的实例到达率已知的情况下, 我们可以从实例进入 workflow 模型的第一个活动开始, 依据模型的结构, 逐步推导出实例在每一活动处的到达率。workflow 模型中, 实例停留时间概率密度函数与 workflow 结构的关系模型的过程分为以下几步求得:

第一步, 依据 workflow 模型总的实例平均到达速度和模型结构求解各活动实例到达速度, 根据每一活动所引用的资源数量、资源对业务实例服务速度, 可以求得实例在每一活动处的停留时间概率密度函数。

第二步, 依据公式(10)、(14)、(18)、(22)求解在所有基本结构的停留时间概率密度函数。

第三步, 将已经求解的基本结构看作是停留时间概率密度函数与之相同的活动, workflow 模型被简化, 从而将模型简化, 返回第二步, 直到模型最简 (即只剩下一个活动)。

第四步, 依据求得的停留时间概率密度函数可以知道实例在 workflow 系统中停留时间分布情况, 从而可以解决相关问题。

4. 应用实例

某石化企业销售子公司油品网络零售流程包括 7 个步骤, **要求评价 99% 的顾客从发出请求进入 workflow 系统到任务完成离开系统的时间不大于 1 天**, 每个步骤有一个员工处理到来的业务, 图 2 是该流程抽象的 workflow 模型, 步骤 i 对应模型中活动 i , 实际情况证明该 workflow 实例到达是一个泊松过程, 单位时间 (天) 平均到达为 18 个, 新到实例进入活动 1 的概率为 4/9, 进入活动 3 的概率为 5/9, 活动 6 处折返概率为 10%, 员工对到来业务的处理时间服从负指数

分布, 依据章节 3.2 第一步中给出的方法, 结合公式 6 得到相关数据如表 1 所示。

表 1 workflow 相关数据表

	活动 1	活动 2	活动 3	活动 4	活动 5	活动 6	活动 7
λ_i	8	8	10	10	10	20	2
μ_i	16	20	20	36	24	40	10
$fr_i(t)$	$8e^{-8t}$	$12e^{-12t}$	$10e^{-10t}$	$26e^{-26t}$	$14e^{-14t}$	$20e^{-20t}$	$8e^{-8t}$

活动 4 和活动 5 构成并联结构 1, 依据公式 11 可得:

$$fr_{45}(t) = 26e^{-26t} + 14e^{-14t} - 40e^{-40t}。$$

并联结构 1 和活动 3 构成串联结构 2, 依据公式 15, 可得:

$$fr_{345}(t) = \left(\begin{matrix} 160e^{-40t} - 195e^{-26t} \\ -420e^{-14t} + 455e^{-10t} \end{matrix} \right) / 12。$$

活动 1 和活动 2 构成串联结构 1, 依据公式 15, 可得:

$$fr_{12}(t) = 24e^{-8t} - 24e^{-12t}。$$

串联结构 1 和串联结构 2 构成选择结构 1, 依据公式 20, 可得:

$$fr_{12345}(t) = \frac{5}{108} \left(\begin{matrix} 160e^{-40t} - 195e^{-26t} - \\ 420e^{-14t} + 455e^{-10t} \end{matrix} \right) + \frac{32}{3} (e^{-8t} - e^{-12t})$$

活动 6 和活动 7 构成循环结构 1, 依据公式 22, 可得:

$$fr_{67}(t) = e^{-8t} (1.26 + 2.96t) + e^{-20t} (16.74 - 18.07t + 17.78t^2)$$

选择结构 1 和循环结构 1 构成串联结构, 依据公式 15, 可得:

$$fr_{1234567}(t) = e^{-8t} (7.32 + 26.38t + 15.78t^2) + e^{-20t} (-2.86 + 15.19t + 7.87t^2) - 6.86e^{-40t} + 31.39e^{-26t} - 45.47e^{-14t} - 18.46e^{-12t} + 34.65e^{-10t} \quad (24)$$

公式 24 即为实例在该 workflow 系统的逗留时间概率密度函数, 结合公式 7, 可得实例在系统逗留时间小于 1 天的概率为:

$$P(Tr \leq 1) = \int_0^1 fr_{1234567}(t) dt = 99.78\% > 99\%。$$

评价结果, workflow 系统满足顾客逗留时间的要求 (如果不满足, 则需要增加资源, 然后再从头计算), 而系统每天的平均处理量为 18 个, 以 W_r 表示系统中所有时刻的平均实例数 (即 workflow 系统的平均队长), 则:

$$W_r = 0.265 / \frac{1}{18} = 4.77(\text{个})。$$

5. 结论

实例在 workflow 模型中停留时间的分析是 workflow 模型优化的重要内容。在 workflow 模型可由四种基本结构组合而成的前提下, 本文给出了实例在 workflow 系统中停留时间概率密度分布和平均值的分析方法。首先分析了单一活动中服务台数量、实例到达间隔、资源服务速度之间的关系, 接着分析了实例在单一活动逗留时间与在基本结构逗留时间之间的关系, 通过逐层压缩基本结构使 workflow 模型不断简化, 最终求得实例在整个 workflow 模型的停留时间概率密度函数, 从而得出实例在 workflow 模型中停留时间的分布情况, 为优化 workflow 模型、减少 workflow 系统拥塞、提高 workflow 系统服务水平提供了严格的数学依据。

参考文献:

- [1] Hongchen Li, Yun Yang, T.Y.Chen. Resource constraints analysis of workflow specifications[J]. The Journal of Systems and Software, 2004, 73(2): 271-285.
- [2] K Salimifard, M Wright. Petri net-based modeling of workflow systems An overview [J]. European Journal of Operational Research, November 2001,

134(3):664-676.

[3] S Yamaguchi, G Qi wei, M Tanaka. Performance evaluation on change time of dynamic workflow changes[J]. IEICE Transaction Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2000, E83A(11):2177-2187.

[4] Li Jianqiang, Fan Yushun, Zhou Mengchu. Performance Modeling and Analysis of Workflow[J]. IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, 2004, 34(2) [A]: 229-242

[5] Jin Hyun Son, Myoung Ho Kim. Improving the performance of time constrained workflow processing[J]. The Journal of Systems and Software, 2001, 58(3):211-219.

[6] W M P Vander Aalst, A H M ter Hofstede. Verification of workflow tasks structures: A Petri-net based approach [J]. Information Systems, 2000, 25(1):43-69.

[7] W M P Vander Aalst. The application of Petri nets to workflow management[J]. Journal of circuits, Systems and Computers, 1998, 8(1):21-66.

[8] Claudio Bettini a, X. Sean Wang b, Sushil Jajodia. Solving multi-granularity temporal constraint networks[J]. Artificial Intelligence, 2002, 140(1):107-152

[9] Philip A. Hastings, Michael Merriken, William B. Johnson. An analysis of the costs and benefits of a system for FAA safety inspections[J]. International Journal of Industrial Ergonomics, 2000, 26(2):231-248.

[10] Jeffrey L. Rummel, Zhiping Walter, Rajiv Dewan and Abraham Seidmann. Activity consolidation to improve responsiveness[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 161(3):683-703

[11] Luo Hai-bin, Fan Yu-shun, Wu cheng. Analysis of event balance in the verification of workflow soundness. Journal of Software, 2002, 13(8):1686-1691. [罗海滨, 范玉顺, 吴澄. workflow合理性验证中的事件平衡分析. 软件学报, 2002, 13(8):1686-1691.]

[12] Tian Li-qin, Lin Chuang. Method for computing

performance of a kind of workflow models nested by basic model[J]. Chinese Journal of Electronics, 2003, 31(12A):2167-2170 [田立勤, 林闯. 一类可由基本模型嵌套组成的 workflow 系统的性能分析方法. 电子学报. 2003, 31(12A):2167-2170]

[13] Pinar Senkul, Ismail H. Toroslu. An architecture for workflow scheduling under resource allocation constraints [J]. Information System, 2005, 30(5): 399-422.

[14] 甘应爱等, 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.

[15] A.A. Ismaeel, R. Mathew, R. Bhatnagar. Scheduling and variable binding for improved testability in high level synthesis [J]. Computers & Electrical Engineering, 1998, 24(6): 441-461.

作者简介:



刘胜男, 1978年生于安徽合肥, 博士研究生, 就读于中国科学院沈阳自动化研究所, 感兴趣的领域有数学模型分析优化, 企业信息集成等, 目前主要从事 workflow 模型分析优化, 企业过程集成建模等。

E-mail: liusheng@sia.cn



范玉顺 男, 1962年生于江苏扬州, 博士, 现任清华大学网络化制造实验室主任, 自动化系教授, 博导, 感兴趣的领域有 workflow 理论与技术研究, 企业集成等, 目前主要从事 workflow 理论的研究, 企业建模与

企业集成等。E-mail: fanyus@tsinghua.edu.cn